模拟试卷参考答案

课程名称： **高等数学** 试卷编号：

一 选择题（在四个备选答案中选出一个正确答案，本大题总分 15 分，每小题 3 分）

1. B ； 2. D ； 3. C ； 4. A ； 5. D

二 填空题（本大题总分 15 分，每空 3 分）

1. $x \neq \pm 1$，即 $(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$． 2. **-2** ； 3. $2\sqrt{2}dx$ ； 4. 0； 5. -4

三．求极限（本大题总分 20 分，每题 10 分）

解：1、原式 $=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^4}}{3x^2}$ （5 分）

$$=\frac{1}{3}\lim_{x\to+\infty}\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}=\frac{1}{3}$$ （5 分）

解：2、令：$y=(\cos\sqrt{x})^{\frac{\pi}{x}}$， 则：$\ln y=\dfrac{\pi}{x}\ln\cos\sqrt{x}$， （4 分）

$$\lim_{x\to0^+}\ln y=\lim_{x\to0^+}\frac{\pi}{x}\ln\cos\sqrt{x}=\pi\lim_{x\to0^+}\frac{\ln\cos\sqrt{x}}{x}=-\frac{\pi}{2}\lim_{x\to0^+}\frac{1}{\cos\sqrt{x}}\cdot\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=-\frac{\pi}{2};$$ （5 分）

$$\therefore \quad \lim_{x\to0^+}y=e^{\lim\limits_{x\to0^+}\ln y}=e^{-\frac{\pi}{2}}$$ （1 分）

四．求导数（本大题总分 12 分，每题 6 分）

解：1、 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\cos t-t\sin t}{1-\sin t-t\cos t}$ （6 分）

解：2、 $(arctg\dfrac{y}{x})'=(\ln\sqrt{x^{2+}y^2})'$ （1 分）

$$\frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}}\cdot(-\frac{1}{x^2}y+\frac{1}{x}y')=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^2+y^2}}\cdot(2x+2yy')$$ （3 分）

$$\therefore \quad y'=\frac{x+y}{x-y}$$ （2 分）

五．求积分（本大题总分 30 分，每题 10 分）

解：1、原式=$\int \frac{x^4-1+1}{1+x^2}dx=\int (x^2-1)dx+\int \frac{1}{1+x^2}dx$ （5 分）

$=\frac{1}{3}x^3-x+\arctan x+c$ （5 分）

解：2、令：$x=\tan t$，则：$dx=\sec^2 t\,dt$ （2 分）

原式$=\int \frac{1}{\tan t\cdot \sec t}\cdot \sec^2 t\,dt=\int \csc t\,dt$ （4 分）

$=\ln|\csc t-\cot t|+C=\ln(\sqrt{1+x^2}-1)-\ln x+C$ （4 分）

解：3、$\int_0^2 |x-x^2|dx=\int_0^1 (x-x^2)dx+\int_1^2 (x^2-x)dx$ （5 分）

$=\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3\right)_0^1+\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2\right)_1^2=1$ （5 分）

六． 求微分方程 $(1)xy'-y\ln y=0$ 的通解:

解：分离变量, 得 $\frac{\mathrm{d}y}{y\ln y}=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$ ， （2 分）

积分 $\int \frac{1}{\ln y}\mathrm{d}\ln y=\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ （1 分）

得 $\ln\ln y=\ln x+\ln c$ ， （3 分）

$\ln y=cx$ ， （1 分）

得 $y=\mathrm{e}^{cx}$. （1 分）